

Approximationsalgorithmen

Wintersemester 2013/2014

Prof. Dr. Georg Schnitger

Dipl. Inf. Bert Besser

Arbeitsgruppe Theoretische Informatik, Institut für Informatik



Übungsblatt 5

Ausgabe: 18.11.2013

Abgabe : 25.11.2013 **vor** Vorlesungsbeginn

Zur Beschreibung eines Algorithmus der dynamischen Programmierung gehören die Definition der Teilprobleme, die initialen Lösungen trivialer Teilprobleme sowie die Rekursionsgleichung mitsamt einer Begründung der Korrektheit. Außerdem ist der Algorithmus mit Pseudocode zu beschreiben und seine Laufzeit zu analysieren.

5.1. Aufgabe (5+3)

Partition

Die Integermenge $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$ mit $1 \leq z_i \leq K$ für alle i soll so in zwei Mengen Z_l, Z_r partitioniert werden ($Z_l \cup Z_r = Z$ und $Z_l \cap Z_r = \emptyset$), dass $D(Z_l, Z_r) := |(\sum_{z \in Z_l} z) - (\sum_{z \in Z_r} z)|$ minimal ist. Gesucht ist also eine möglichst ausgewogene Partition.

- a) Gib einen Algorithmus mit Laufzeit $O(n^2 \cdot K)$ an, der den optimalen Wert für D bestimmt.

Hinweis: Wähle ein Teilproblem $T(i, s)$ so, dass

$$T(i, s) = \text{TRUE} \Leftrightarrow \exists Y \subseteq \{z_1, \dots, z_i\} : \sum_{y \in Y} y = s.$$

Damit haben wir für das NP-vollständige PARTITION-Problem einen effizienten Algorithmus erhalten wenn K polynomiell in n ist. PARTITION ist also nicht stark NP-vollständig.

- b) Modifiziere Deinen Algorithmus so, dass eine Partition Z_l, Z_r ausgegeben werden kann, die den optimalen Wert für D erzielt.

5.2. Aufgabe (8)

Editierdistanz

Die Editierdistanz zwischen zwei Strings s, t ist die minimale Anzahl elementarer Operationen, so dass s in t transformiert wird. Elementare Operationen sind das Einfügen, das Löschen sowie das Ersetzen eines Zeichens an beliebiger Stelle.

Gib einen effizienten Algorithmus an, der die Editierdistanz zwischen s und t bestimmt.

Hinweis: Berechne die Editierdistanzen zwischen Präfixen von s und t .

b. w.

5.3. Aufgabe (8)

Effiziente Spionageabwehr

Die Kanzlerin möchte allen Parlamentsmitgliedern eine geheime Nachricht übermitteln. Wegen Spionagegefahr darf die Nachricht nur mittels abhörsicherer Medien übermittelt werden, das Handy der Kanzlerin gehört also nicht dazu. Die Nachricht soll nur mündlich übermittelt werden.

Wir nehmen an, dass die Kanzlerin die Quelle eines zu den Blättern hin gerichteten Baums $T = (P, E)$ mit der Knotenmenge

$$P = \{p_1, \dots, p_n\}$$

und der Kantenmenge

$$E = \{(p_i, p_j) \mid p_i \text{ muss die Nachricht an } p_j \text{ übermitteln}\}$$

ist. Die Knoten und Kanten beschreiben also die Politiker bzw. die durchzuführenden Kommunikationen.

In einer Runde darf ein Politiker mit nur einem „Kind“ sprechen, verschiedene Politiker dürfen allerdings parallel mit einem jeweiligen Kind Gespräche führen. Gib einen Algorithmus an, der die minimale Anzahl von Runden ermittelt bis alle Politiker informiert sind und zeige, dass er korrekt arbeitet. Dein Algorithmus sollte möglichst schnell sein.