

Komplexitätstheorie

Sommersemester 2013

Prof. Dr. Georg Schnitger,
Dipl. Inf. Bert Besser

Arbeitsgruppe Theoretische Informatik, Institut für Informatik



Blatt 2

Ausgabe: 08.05.2013

Abgabe: 15.05.2012

2.1. Aufgabe (8)

NL-Vollständigkeit

Beweise die folgende Aussage: Wenn die Sprache L vollständig für NL ist, dann ist auch das Komplement \bar{L} vollständig für NL .

Gilt die analoge Aussage auch in Bezug auf die $PSPACE$ -Vollständigkeit?

2.2. Aufgabe (8)

Alternierende Turingmaschinen

Eine alternierende Turingmaschine M ist eine nichtdeterministische Turingmaschine, deren Zustände entweder als universell (\forall) oder existenziell (\exists) klassifiziert sind. Für ein Eingabewort w erzeugt M einen Berechnungsbaum B_w . Wann akzeptiert M die Eingabe w ?

- Ein Blatt ist entweder akzeptierend oder verwerfend, abhängig vom Zustand in dem sich M befindet.
- Der Knoten v von B_w akzeptiert genau dann, wenn
 - M sich in einem \exists -Zustand befindet und mindestens ein Kind von v akzeptiert oder
 - M sich in einem \forall -Zustand befindet und alle Kinder von v akzeptieren.

M akzeptiert w genau dann, wenn die Wurzel von B_w akzeptiert. Die Laufzeit von M auf w ist die Tiefe von B_w .

Sei $L(M) = \{w : \text{die Wurzel von } B_w \text{ ist akzeptierend}\}$. Zeige: Wenn die Laufzeit von M durch $O(n^k)$ beschränkt ist, dann gilt $L(M) \in DSPACE(n^k)$.

2.3. Aufgabe (8)

Eigenschaften von NFAs und PSPACE

Wir möchten die Zugehörigkeit des folgenden Problems zu *PSPACE* nachweisen:

$$L = \{N : \text{der NFA } N \text{ hat keine } \varepsilon\text{-Übergänge und es gilt } L(N) = \Sigma^*\}.$$

Hinweis: Unter der Annahme, dass N genau n Zustände hat, zeige zuerst die folgende Aussage:

$$L(N) \neq \Sigma^* \Leftrightarrow \exists w : w \notin L(N) \wedge |w| \leq 2^n.$$

2.4. Aufgabe (8 Bonuspunkte)

Schnitt regulärer Sprachen

Zeige, dass die folgende Frage *PSPACE*-hart ist: Für DFAs A_1, \dots, A_k ist

$$\bigcap_i L(A_i) \neq \emptyset?$$

Hinweis: Der Beweis der *PSPACE*-Vollständigkeit des Universalitätsproblems für NFAs kann helfen.